

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1. a) $\mathbb{L} = \{-5; -2; 2\}$, denn:
 $(x + 2)^2 = 0$ oder $(x^2 - 4) = 0$ oder $(x^3 + 125) = 0$
- b) $\mathbb{L} = \{-4; -3; -1; 0; \dots\}$, denn:
 $(x + 2)^2$ ist gleich Null für $x = -2$, sonst immer positiv,
 deshalb $(x^3 + 125) > 0$
 $x > -5$
- c) $\mathbb{L} = \{\dots; -4; -3; -2; 3; \dots\}$, denn:
 $(x + 2)^2 = 0$ oder $1 \leq (x - 2)(x + 2)$
 $x = -2$ oder $1 \leq x^2 - 4$
 $x = -2$ oder $5 \leq x^2$
 $x = -2$ oder $x \geq 3$ oder $x \leq -3$
- d) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; 4; 5; 6; \dots\}$, denn:
 $(x + 2)^2$ ist immer positiv, aber für ungleich Null muss
 $x \neq -2$ sein oder:
 $x - 3 > 0$ und $(x^2 - 4) > 0$ oder
 $x - 3 < 0$ und $(x^2 - 4) < 0$
 $x > 3$ und $x^2 > 4$ oder
 $x < 3$ und $x^2 < 4$
 $x > 3$ und $(x > 2$ oder $x < -2)$ oder
 $x < 3$ und $(-2 < x < 2)$
 $x > 3$ oder $-2 < x < 2$

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Trapezes:
 $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DBA = 45^\circ$
 Strecke \overline{AB} mit Parallelen zur
 Mittelsenkrechten m im Abstand 3,5 cm von m
- b) Konstruktion des Umkreises
- c) Thaleskreis über \overline{AB}
- d) Kreisbogen um M mit Radius $|MD|$ ($= |MC|$), denn:
 \overline{CD} ist Diagonale eines Sehnenvierecks mit Mittelpunkt M .
 Mittelpunktswinkel beträgt 140° .
 Dreieck DMC ist gleichschenkelig
 mit $\sphericalangle MDC = 20^\circ$
- e) R und R' sind die Schnittpunkte des Thaleskreises aus c) und
 des Kreisbogens aus d).

3. a) Die Winkel an der Basis betragen beide 70° , denn:
 $70^\circ = \sphericalangle ADF = \sphericalangle EDC$
 $\sphericalangle ACF = 50^\circ$ (alternativ: $\sphericalangle CBA = 50^\circ$)
 $\sphericalangle FCB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
 $\sphericalangle CED = 180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ$
- b) (1) $\gamma = 120^\circ$, denn:
 $70^\circ = \sphericalangle ADF = \sphericalangle EDC$
 $\sphericalangle DCE = 70^\circ$,
 da Dreieck CDE gleichschenkelig
 $\gamma = \sphericalangle ACF + 70^\circ = 50^\circ + 70^\circ$
- (2) $\gamma = 105^\circ$, denn:
 $70^\circ = \sphericalangle ADF = \sphericalangle EDC$
 Basiswinkel $\sphericalangle CED = \sphericalangle DCE = 55^\circ$
 $\gamma = \sphericalangle ACF + 55^\circ = 50^\circ + 55^\circ$
- c) $\gamma = 135^\circ - \frac{3}{4}\alpha$ (alternativ: $\alpha = 180^\circ - \frac{4}{3}\gamma$), denn:
 $\sphericalangle ADF = \sphericalangle EDC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ ist Scheitelwinkel des Dreiecks CDE .

$$\begin{aligned} \text{Basiswinkel } \sphericalangle CED = \sphericalangle DCE &= \frac{\left(180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)\right)}{2} = \\ \frac{90^\circ + \frac{\alpha}{2}}{2} &= 45^\circ + \frac{1}{4}\alpha \\ \gamma = \sphericalangle ACF + \sphericalangle DCE &= 90^\circ - \alpha + \sphericalangle DCE \end{aligned}$$

4. a) Das Alter ist 84, denn:
 $a + b = 12$ und $a - b = 4$
- b) Das Alter ist 26, denn:
 $a + b = 8$ und $10b + a = 2 \cdot (10a + b) + 10$
 $a = 2$; $b = 6$
- c) (1) Christina ist dann 25, ihr Vater 52 Jahre alt.
 Regel: Das ist alle 11 Jahre der Fall.
- (2) Funktioniert nur, wenn die Altersdifferenz durch 9 teilbar ist:
 $x = \text{Alter Vater}, x = 10a + b$
 $y = \text{Alter Andreas}; y = 10b + a$
 Es gilt: $x - y = 35$
 $10a + b - (10b + a) = 35$
 $9a - 9b = 35$
 $a - b = 35/9$, aber $a - b$ muss ganzzahlig sein.
-

5. a) (1) 0; 1; 5; 6
 (2) Man muss bis zur zweiten Potenz testen, denn:
 Die letzte Ziffer der quadrierten Zahl lässt sich wieder als Ausgangszahl verwenden.
- b) (1) Wenn x eine zweistellige idempotente Zahl ist, dann findet sich am Ende von x^2 wieder die Zahl x . Subtrahiert man von x^2 die Zahl x , so bleibt nur ein Vielfaches von 100 übrig.
- (2) Umformung der Gleichung
- (3) Wenn x durch 25 teilbar sein soll, dann kann $x = 25, 50$ oder 75 sein.
 Dann ist $x - 1 = 24, 49$ oder 74 und muss durch 4 teilbar sein, das ist nur bei $x = 25$ der Fall.
 Wenn $x - 1$ durch 25 teilbar sein soll, dann kann $x = 26, 51$ oder 76 sein.
 Die Zahl x muss durch 4 teilbar sein, das ist nur bei $x = 76$ der Fall.
- (4) $k = \frac{x}{125} \cdot \frac{x-1}{8}$ oder $k = \frac{x-1}{125} \cdot \frac{x}{8}$
-

6. a) (1) 36 Klötzchen, denn:
 $\text{kgV}(1; 2; 3) = 6$
 $6 \cdot 2 \cdot 3$
- (2) $1 \times 2 \times 12$; $1 \times 4 \times 6$ (oder $2 \times 2 \times 6$ oder $2 \times 3 \times 4$), denn:
 $V_{\text{Würfel}} = (12 \text{ cm})^3 = 1728 \text{ cm}^3$
 $V_{\text{Klötzchen}} = 1728 \text{ cm}^3 : 72 = 24 \text{ cm}^3$
- b) (1) z.B.: 72 Klötzchen vom Typ A, 12 Klötzchen vom Typ B
 Beschreibung: Die Klötzchen vom Typ A bilden einen Quader mit der Kantenlänge $12 \times 12 \times 10$ (cm), diejenigen vom Typ B einen Quader mit den Kantenlängen $12 \times 12 \times 2$ (cm).
- (2) z.B.: $\text{kgV}(2; 3; 4; 5) = 60$
-

7. a) (1) $p = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
- (2) $p = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$
- (3) $p = \left(\frac{1}{8}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{15}{64}$ (alternativ: $p = 1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{15}{64}$)
- b) $p = 3 \cdot 0,3^2 \cdot 0,7 = 0,189$
- c) $x = 0,4$, denn:
 $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot (1-x) \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{2} = 0,35$
 $\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}x = 0,35$
 $\frac{1}{4}x = 0,1$
-

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE B

1. a) $\mathbb{L} = \{6\}$, denn:
 $\frac{1}{3} = 0, \bar{3}$
- b) $\mathbb{L} = \mathbb{Z}$, denn:
 $6x + 3 - 4 = 4x - 8x^2 - 1 + 2x + 8x^2$
 $6x - 1 = 6x - 1$
- c) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1 \dots\}$, denn:
 $x^2 + 6x + 9 \geq x^2 + 3$
 $6x + 9 \geq 3$
 $6x \geq -6$
 $x \geq -1$
- d) $\mathbb{L} = \{-2; 0; 2\}$, denn:
 $4 = x^2$ (für $x \neq 0$)

2. a) 900 m^3 , denn:
 $7020 : 7,8$
- b) (1) 23 cm , denn:
 $115 : 325 \cdot 65 \text{ cm}$
 (2) $A = 625 \text{ cm}^2$
 Die Seitenlänge der Grundfläche ist 25 cm .
- c) (1) Maßstab $1 : 1250$, denn:
 Die Seitenlänge der Grundfläche ist 10 cm
 $10 \text{ cm} : 125 \text{ m}$ bzw. $0,1 \text{ m} : 125 \text{ m}$
 (2) Die Höhe beträgt 26 cm , denn:
 $325 : 125 \cdot 10 \text{ cm}$
 (3) $V = 0,4608 \text{ cm}^3$, denn:
 $900 \text{ m}^3 : (1250)^3$
 alternativ: $7\,020\,000\,000 \text{ g} : (1250)^3 = 3,59424 \text{ g}$

3. a) Hinweise zur Konstruktion beider Paralleleogramme:
 Seite a und Parallele im Abstand 5 cm
 Kreis um A mit $r = 7 \text{ cm}$
- b) Hinweise zur Konstruktion des Paralleleogramms:
 Seite a und Mittelsenkrechte zu a
 Kreis um A mit $r = 7 \text{ cm}$
- c) Hinweise zur Konstruktion des Paralleleogramms:
 Seite a und Mittelsenkrechte von a
 Kreis um A mit $r = 3,5 \text{ cm}$
 Konstruktion von D
- d) Hinweise zur Konstruktion eines Paralleleogramms:
 Seite a und Mittelsenkrechte von a
 Parallele zur Mittelsenkrechten
 von a im Abstand von 2 cm
 Kreis um Mittelpunkt von \overline{AB}
 mit $r = 7 \text{ cm}$

4. a) $600\,000$ Autos, denn:
 $1,5 \text{ Mrd } \text{€} : 2500 \text{ €}$
- b) 20% , denn:
 $2500 \text{ €} : 12500 \text{ €}$
- c) $20\,000 \text{ €}$, denn:
 $2500 \text{ €} : 0,125$
- d) 5500 € , denn:
 20% von $40\,000 \text{ €}$ sind 8000 € .

$$8000 \text{ €} - 2500 \text{ €}$$

- e) Es ist immer günstiger, zuerst den Preisnachlass und dann die AWP zu wählen, denn:
 $0,75x - 2500 < (x - 2500) \cdot 0,75$
 $0,75x - 2500 < 0,75x - 1875$
-

5. a) $x = 4$ bzw. $C(4|5)$ und Trapez

$$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

$$c = 3 \text{ cm}$$

- b) $A(AMD) = 5 \text{ cm}^2$, $A(DMC) = 6 \text{ cm}^2$, $A(MBC) = 5 \text{ cm}^2$

- c) (1) Es können höchstens zwei Dreiecke dieselbe Grundseitenlänge bei gleicher Höhe besitzen.

(2.1) $B(7|1)$ und $N(4|1)$

(2.2) $A(-3,5|1)$ und $B(2,5|1)$

6. a) (1) Augensumme 7, weil gegenüber liegende Augenzahlen nicht gleichzeitig sichtbar sind.

- (2) minimal 6, maximal 15
Augensumme 8 und 13

- b) (1) 2 ist nicht sichtbar, denn:

5 gewürfelt

- (2) 3; 4; 6; 5

- c) Spieler sieht 9, denn:

3 gewürfelt

7. a) (1) $\frac{1}{4}$

- (2) z.B. OTTOANNN

(3) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$

(4) $\left(\frac{1}{4}\right)^8 = \frac{1}{65536}$

- b) $P(\text{Einsatz zurück}) = 0$

$$P(\text{Trostpreis}) = 0$$

$$P(\text{Hauptpreis}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{256}$$

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1) $x = -0,4$, denn:
 $14x = -5,6$
 $x = -5,6 : 14$
- (2) $x = 3$, denn:
 $22 - 8 + 2x = (7 - 3x) \cdot (-10)$
 $22 - 8 + 2x = -70 + 30x$
 $14 + 2x = -70 + 30x$
 $84 + 2x = 30x$
 $84 = 28x$
- (3) $x = -192$, denn:
 $\frac{1}{2}x - 18 = \frac{3}{4}x + 30$
 $-\frac{1}{4}x = 48$
- b) (1) $8x + 4y + 4z$
 (2) 56 cm

2. a) 96 €, denn:
 $33,60 \cdot 100 : 35$
- b) 449 €, denn:
 65 %
 $291,85 \cdot 100 : 65$
- c) (1) 702 €, denn:
 $1200 : 100 \cdot 35 = 420$
 $1200 - 420 = 780$
 $780 : 10 = 78$
- (2) 41,5 %, denn:
 $1200 - 702 = 498$
 $498 \cdot 100 : 1200$

3. a) (1) 100 min
 (2) 18 km
 (3) 10.20 - 11.00 Uhr (40 min): 12 km
 11.00 - 11.40 Uhr (40 min): Pause
 11.40 - 12.00 Uhr (20 min): 6 km
- b) (1) Diagramm mit richtiger Einteilung
 Pausen
 (2) 13.27 Uhr
- c) um 10.40 Uhr
 nach 6 km

4. a) Koordinatensystem
 Punkte eintragen
 Viereck zeichnen
- b) Eintrag A'
 Spiegelachse
- c) Spiegelung
 $B'(-1|1)$, $C'(-4|3)$, $D'(-2|5)$
- d) $A = 38 \text{ cm}^2$
 $A_1 = 18 \text{ cm}^2$ (Viereck $CDD'C'$)
 $A_2 = 20 \text{ cm}^2$ (Viereck $BCC'B'$)

5. a) geringster Verbrauch auf Strecke 2, denn:

$$32,8 \text{ l} : 4 = 8,2 \text{ l}$$

$$39,5 \text{ l} : 5 = 7,9 \text{ l}$$

$$46,2 : 5,5 = 8,4 \text{ l}$$

b) (1) Durchschnittsgeschwindigkeit 75 km/h, denn:

$$190 \text{ km} : 152 \text{ min} = 1,25 \text{ km/min}$$

$$1,25 \text{ km/min} \cdot 60 \text{ min/h}$$

(2) 114 min, denn:

$$190 : 100 \cdot 60$$

(3) 38,30 €, denn:

$$8,4 : 100 \cdot 380$$

$$31,92$$

$$31,92 \cdot 1,20 = 38,304$$

c) Nein, denn:

$$315 : 42 = 7,5$$

$$7,5 \cdot 5 = 37,5 < 40$$

6. a) Würfel 1: $p(6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$

b) Würfel 1, da die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl kleiner als 4 zu würfeln, nahe an der relativen Häufigkeit liegt:

$$\text{Würfel 1: } p(<4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\text{Würfel 2: } p(<4) = 0$$

$$\text{Würfel 3: } p(<4) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\text{relative Häufigkeit des Zufallsexperimentes: } \frac{809}{1200} \approx 0,674$$

c) Bahar soll Würfel 2 wählen.

Da Würfel 2 immer Zahlen größer 3 hat, hat sie mit diesem eine Wahrscheinlichkeit von 67 % zu gewinnen.

$$\text{Gewinnwahrscheinlichkeit Würfel 2 gegenüber Würfel 1: } p(3) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\text{Gewinnwahrscheinlichkeit Würfel 3 gegenüber Würfel 1: } p(9) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

d) $p(4;0) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 = 25 \%$, denn:

$$p(4) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$p(0) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

7. a) (1) 749

(2) 594

(3) 8935

(4) 4781