

AUFGABENGRUPPE A

LÖSUNGEN

1. a) $\mathbb{L} = \{-a; a\}$
 b) für $a = 0$: $\mathbb{L} = \{0\}$
 für $a \neq 0$: $\mathbb{L} = \{\}$
 c) für $a = 0$: $\mathbb{L} = \{-3; 3\}$
 für $a = 4$: $\mathbb{L} = \{-5; 5\}$
 $a \neq 0$ und $a \neq 4$: $\mathbb{L} = \{\}$
 d) für $a = 0$: $\mathbb{L} = \{-1; 1\}$
 für $a \neq 0$: $\mathbb{L} = \{\}$
 e) für $a = 0$: $\mathbb{L} = \mathbb{Z}$
 für $a \neq 0$: $\mathbb{L} = \{0; a\}$

2. a) Konstruktion des Kreises:
 Konstruktion des Dreiecks ABC
 Senkrechte s zu \overline{AB} durch A
 Mittelsenkrechte m_{CA}
 M als Schnittpunkt von m_{CA} und s
 b) Konstruktion des Kreises:
 Strecke \overline{AB} und Parallele g dazu
 Mittelsenkrechte von \overline{AB}
 Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit g
 als Berührungspunkt T der Tangente
 Mittelsenkrechte von \overline{TB} (oder \overline{TA})
 Schnittpunkt der beiden Mittelsenkrechten
 als Kreismittelpunkt
 c) Konstruktion des Kreises:
 Abtragen von A , B und P auf h
 M_{AB} als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_{AB} und \overline{AB}
 $r = |PM_{AB}|$
 M als einer der Schnittpunkte des Kreises
 (um A bzw. B mit r) und m_{AB}

3. a) Nachweis mit Kongruenzsatz SWS:
 Radius $|MB| = |MC| = |MD|$
 Vorhergehendes und Mittelpunktswinkel jeweils α
 b) (1) $\beta = \sphericalangle CBM - \sphericalangle ABM = 50^\circ$, denn
 $\sphericalangle BMC = 40^\circ$ (Mittelpunktswinkel)
 $\sphericalangle CBM = 70^\circ$ (Basiswinkel)
 $\sphericalangle ABM = 20^\circ$ (Basiswinkel)
 $\gamma = \sphericalangle DCM - \sphericalangle ACM = 30^\circ$, denn
 $\sphericalangle CMD = 40^\circ$ (Mittelpunktswinkel)
 $\sphericalangle DCM = 70^\circ$ (Basiswinkel)
 $\sphericalangle ACM = 40^\circ$ (Basiswinkel)
 (2) $\alpha = \frac{140^\circ}{3}$, denn
 $\gamma = \frac{\alpha}{2}$ (Wechselwinkel), d. h. $|AD| = |DC|$
 $\sphericalangle DMA = \sphericalangle CMD = \sphericalangle BMC = \alpha$ (Mittelpunktswinkel)
 $\delta = 3\alpha$
 c) Dreieck AMC gleichschenkelig, d. h. $\sphericalangle ACM = \frac{\alpha}{2}$
 $\frac{\alpha}{2}$ ist Wechselwinkel

4. a) (1) $A = 18 \text{ cm}^2$
 (2) $|EB| = 2x$
 (3) Es entsteht ein Parallelogramm.
 Begründung: Mit $|AE| = 3x - |EB| = x$ ist $|AE| = |CD|$.
 Damit ist $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$.

- b) (1) z. B. $|AB| = 6x$, $|CD| = 9x$ oder allgemein: $|AB| + |CD| = 15x$
mit $|AB| \geq 5x$
Herleitung z. B. mit $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |CD|) \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot x$
(2) Es muss gelten: $|AB| = |CD| = 7,5x$
-

5. a) $135 = 207_{(8)}$
b) (1) $50 = 32_{(16)}$
(2) $40 = 130_{(5)}$
c) $b = 7$, da $4 + 5 = 12_{(7)}$ im Siebenersystem gilt, die letzte Ziffer wird also 2, andere Stellen analog mit Übertrag
d) $b = 10$; 11 (oder 12; 13; ..., da es keine Überträge gibt)
e) $a^2 = 4 \cdot b$ lösbar durch (6|9), (8|16)
(oder (10|25); (12|36); ...)
f) $a + b^2 = a^3$, d. h. $a^3 - a = b^2$, d. h. $(a - 1) \cdot a \cdot (a + 1)$
ergibt nie eine Quadratzahl (oder $(a^2 - 1)$ keine Quadratzahl)
-

6. a) (1) beispielsweise: (ABEADC)(DECB) oder (ABCDEB)(CEAD)
(2) Man braucht mindestens zwei.
(3) Anzahl der ungerade Verzweigungspunkte: 4,
d. h. es sind $4:2=2$ Streckenzüge mindestens nötig
b) (1) 2 ungerade Verzweigungspunkte,
d. h. es ist mit einem Streckenzug möglich
(2) 4 ungerade Verzweigungspunkte,
d. h. es ist nicht mit einem Streckenzug möglich
c) An einem ungeraden Verzweigungspunkt lassen sich die ankommenden Strecken paarweise zu Streckenzügen zusammenfassen. Dabei bleibt eine Strecke übrig, die Anfangs- oder Endpunkt eines Streckenzuges sein muss. Die Anzahl der Anfangs- und Endpunkte zusammen ist doppelt so groß wie die Anzahl der mindestens benötigten Streckenzüge.
d) Nein, da die Anzahl der ungeraden Verzweigungspunkte in jedem möglichen Spazierweg 4 ist, d. h. man braucht mindestens zwei Streckenzüge.
-

7. a) Es sind 4 blaue Kugeln in der Urne, da $P(\text{blau}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
b) Es sind 5 blaue und eine weiße Kugel in der Urne, denn
 $P(\text{rot}) = \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$, also 6 rote
 $\frac{5}{12} = \frac{x}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot 2$
 $x = 5$
c) 2 rote, 6 weiße (oder umgekehrt) und 4 blaue oder
3 rote, 4 weiße (oder umgekehrt) und 5 blaue
-

AUFGABENGRUPPE B

LÖSUNGEN

1. a) $\mathbb{L} = \{-6\}$ oder $x = -6$, denn
 $14x - 56 - 9x = 9x - 8 + 4x$
 $5x - 56 = 13x - 8$
 $-8x = 48$
- b) $\mathbb{L} = \{5; 6; 7; \dots\}$, denn
 $4x^2 + 4x + 1 > 4x^2 + 20$
 $4x > 19$
 $x > \frac{19}{4}$
- c) $\mathbb{L} = \{-1; 1; 2\}$
- d) $x^2 - (x+1)^2 = 55$ oder $x^2 - (x-1)^2 = 55$
 27 und 28
 -28 und -27

2. a) $D(0|4)$, denn
 $A_{ABC} = 3 \text{ cm}^2$
 $9 \text{ cm}^2 - 3 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$
 Da $g = 3 \text{ cm}$, muss $h = 4 \text{ cm}$ betragen.
- b) (1) $D_4(0|4)$ oder $y = 4$, $A_6(-12|0)$ oder $x = -12$
 (2) $n = 5$ oder 5. Trapez
 (3) $A_{T_2} = 18 \text{ cm}^2$
 $A_{T_3} = 40,5 \text{ cm}^2$
 $A_{T_{10}} = 450 \text{ cm}^2$
 (4) $n = 20$

3. a) 45,98 Mio. €, denn
 19 % von 242 Mio. €
- b) Er verteuerte sich um 42 Mio. €, denn
 242 Mio. € entsprechen 121 %
 $242 \text{ Mio. €} : 121 \cdot 100$
 200 Mio. € geplante Kosten
- c) Die Zuschauerzahl verringerte sich um 12,2 %, denn
 z. B. $(74\,000 - 65\,000) : 74\,000$
 $0,1216$ (genau $0,1216$)
 12,16 %
- d) Ein Ticket in der Ostkurve kostet 15 €, denn
 22 % von 74 000 sind 16 280 oder 44 % von 74 000 sind 32 560
 $16\,280 \cdot 36 \text{ €} + 16\,280 \cdot 26 \text{ €} = 1\,009\,360 \text{ €}$
 $74\,000 - 32\,560 = 41\,440$ oder 56 % von 74 000
 $1\,630\,960 - 1\,009\,360 = 621\,600$
 $621\,600 : 41\,440$

4. a) Konstruktion der Raute:
 Seite a und Antragen von α
 Punkt D durch Abtragen von $|AD| = |AB|$
 Punkt C durch Spiegelung von A an \overline{BD}
- b) Konstruktion der Raute:
 Parallelstreifen mit Breite von h_a , Punkt A durch Antragen von α
 Punkt D als Schnittpunkt des freien Schenkels
 von α mit der Parallele
 Punkte B und C durch Parallele zu \overline{AD} im
 Abstand $h_a = h_d$
- c) Konstruktion des Parallelogramms:
 Seite c und Antragen von δ
 Teildreieck ACD
 Parallele zu \overline{DC} durch A
- d) Konstruktion des Parallelogramms:

Winkel α und eine Parallele
2. Parallele

5. a) 1 l-Packung, weil $V = 1,08 \text{ l}$, denn
 $9 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 1080 \text{ cm}^3$
 b) Der Tetrapak muss mindestens 28 cm hoch sein (alternativ: min. 30 cm), denn
 $6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$
 $1000 \text{ cm}^3 : 36 \text{ cm}^2 = 27,7\overline{7} \text{ cm}$ (alternativ: $1080 \text{ cm}^3 : 36 \text{ cm}^2$)
 c) $1 \times 24; 2 \times 12; 3 \times 8; 4 \times 6$
 d) Die Kiste kostet 13,44 €, denn
 eine Packung kostet 0,56 €.
 e) 54 kosten zum Sonderpreis 20,16 €, normalerweise aber 30,24 €, denn
 Ersparnis pro Dreierpack: 0,56 €
 $10 \text{ €} : 0,56 \text{ €} \approx 17,86$
 d.h. 18 3er-Paks

6. a) 100 Kugeln
 b) $P(2 \text{ €-Kugel}) = \frac{3}{100}$
 c) 15 €
 d) $P(3 \text{ ct}) = \left(\frac{19}{100}\right)^3$
 e) (1) $P(20 \text{ ct}, 2 \text{ ct}, 1 \text{ €}) = \frac{20}{100} \cdot \frac{17}{100} \cdot \frac{5}{100}$
 (2) 6 Möglichkeiten
 $P(1,22 \text{ €}) = 6 \cdot P(20 \text{ ct}, 2 \text{ ct}, 1 \text{ €}) = 6 \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{17}{100} \cdot \frac{5}{100}$
 f) 2,22 € hat die größte Wahrscheinlichkeit, denn
 $P(1,11 \text{ €}) = 6 \cdot \frac{19}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot \frac{5}{100}$
 $P(2,22 \text{ €}) = 6 \cdot \frac{17}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{3}{100}$
 $P(5,55 \text{ €}) = 6 \cdot \frac{15}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot \frac{1}{100}$

7. a) (1) I5: 7; D6: 1; B8: 3; C9: 1
 (2) I3: 5
 Begründung: einziges 3×3-Kästchen ohne 5, nur auf I3 keine 5 in Zeile/Spalte

b) (1)

A	C	D	B
D	B	A	C
C	A	B	D
B	D	C	A

oder

A	D	C	B
C	B	A	D
D	A	B	C
B	C	D	A

- (2) zwei Möglichkeiten
 (3.1) D_2 : 8 mögliche Felder
 D_3 : Fall 1: 4 mögliche Felder
 D_3 : Fall 2: 2 mögliche Felder
 D_4 : 1 mögliches Feld
 (3.2) Fall 1: $16 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 = 256$ Möglichkeiten
 Fall 2: $16 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 = 128$ Möglichkeiten
 insgesamt 384 Möglichkeiten

D_1	1	1	1
1	1	2	
1		2	2
1	2	D_2	2

Fall 1:

D_1	1	1	1
1	1	2	D_2
1			2
1			2

Fall 2:

AUFGABENGRUPPE C

LÖSUNGEN

1. a) (1) $x = 7$, denn
 $5x - 10 + 6 = 31$
 $5x = 35$
- (2) $x = 56$, denn
 $6x - 18 = 38 + 5x$
- (3) $x = 6$, denn
 $6x - 54 - 4 = 3x - 12x + 32$
 $6x - 58 = -9x + 32$
 $15x = 90$
- b) $\alpha = \beta = 72^\circ$, $\gamma = 36^\circ$, denn
 $\alpha + \alpha + 0,5\alpha = 180^\circ$ oder $\gamma + \gamma + 0,5\gamma = 180^\circ$

2. a) Schrägbild
- b) Ja, man braucht nur $0,84 \text{ m}^2$ (oder Lösung über Zeichnung), denn
 $60 \cdot 40 + 60 \cdot 30 \cdot 2 + 30 \cdot 40 \cdot 2 = 8400$
- c) 2000 cm^2 , denn
 $60 \cdot 40 = 2400$
 $\frac{5}{6}$ von 2400
 alternativ:
 $\frac{5}{6}$ von 60
 $50 \cdot 40$
- d) 10 Beutel, denn
 $60 \cdot 40 \cdot 4 = 9600$
 $9600 \text{ cm}^3 = 9,6 \text{ l}$
- e) $\frac{1}{4}$ Liter oder 0,25 Liter, denn
 1% von 50 sind 0,5 oder $0,5 \%$ von 50 l

3. a) (1) Es war die 18. WM.
 (2) 3 367 000
 (3) 1 121 000 oder 1 122 000
 (4) Nein, es sind 420 875 Karten, denn
 $3\,367\,000 : 8$
 alternativ:
 Nein, dann wären es insgesamt mindestens 35 200 000 Karten
 statt 33 670 000, denn
 $440\,000 \cdot 8 = 35\,200\,000$
- b) (1) 153 €, denn
 $17 \cdot 45 = 765$
 9 €, denn
 $153 : 17$ oder $612 : 17 = 36$
- (2) ab 14 Spielen

4. a) Konstruktion des Dreiecks ABC (WSW), denn
 $\alpha = \beta = 40^\circ$
- b) (1) Konstruktion des Dreiecks ABC (SSS)
 (2) Spiegelung von Punkt C
 Ergänzung zum Viereck
- (3) $u = 20 \text{ cm}$
 $A = 24 \text{ cm}^2$, denn
 $(8 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}) : 2$
 $(8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}) : 2$
 $2 \cdot 12$
- (4) 4 cm, 6 cm
 weil $4 \cdot 6 = 24$ und $2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 20$

5. a) 55,5 %, denn

- (100 · 111) : 200 oder 111: 2
b) 143, denn
(220 · 65) : 100
c) 70 Boote, denn
72 %
(180 · 100) : 72
250 Boote
d) 280 Boote, denn
(12 · 250) : 100
30 Boote
-

6. a) (1) 500 Bratwürste, denn
25 % entsprechen 240 €
1200 €
1200 : 2,40
alternativ: 25 % von 400
100 + 400
(2) 576 €, denn
1 Bratwurst 2,40 €
160 Bratwürste 384 €
b) 600 Bratwürste, denn
750 · 100 = 75000
75000 : 125
c) Nein, das Papier kostet rund 34 Cent (genau 34,2), also bezahlt
Herr Hausmann 30 Cent zuviel.
Rechnung: $18 : 1000 = 0,018$
 $0,018 · 19$
-

7. a) (1) Lisa: Augensumme 12
Kira: Augensumme 2
(2) (5|5); (4|6); (5|6); (6|6)
(3) (2|2); (2|3); (3|3); (2|5); (5|5), (3|5)
(3) (2|3); (2|5)
b) Es ist egal, welches Rad man dreht.
Beide Räder haben die gleiche Gewinnchance,
z.B. die Hälfte der Felder sind schwarz,
die Hälfte der Zahlen sind gerade
alternativ (falls nicht angenommen wird, dass der Pfeil nicht
zwischen zwei Feldern landet):
Man entscheidet sich für Rad 1, da es dort weniger Möglichkeiten
gibt, mit dem Pfeil auf der Grenze zweier Felder stehen zu bleiben.
-