

Mathematik-Wettbewerb 2004/2005 des Landes Hessen

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE A

1. a) $6a - a^2 = b \Rightarrow a(6 - a) = b \Rightarrow 0 < a < 6$

(a|b) $\in \{(1|5), (2|8), (3|9), (4|8), (5|5)\}$

b) $\frac{a}{b+1} = a - 4 \Rightarrow a > b \wedge a > 4 \Rightarrow$

(a|b) $\in \{(5|4), (6|2), (8|1)\}$

c) $\frac{a}{b} + \frac{2}{a} = 1 \Rightarrow b > a \wedge a > 2$ und $b = \frac{a^2}{a-2} \Rightarrow$

(a|b) $\in \{(3|9), (4|8), (6|9)\}$

2. a) (1) Nachweis; $\triangle ADE = \beta = 90^\circ - \alpha$, $\triangle EAD = \alpha$

(2) $\triangle DCB = 2\alpha$

(3) M ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AC} ; Thaleskreis für $\triangle EAC$ und $\triangle AFC$

(4) Begründung mittels Umfangswinkelsatz oder

Betrachtung von $\triangle MFC \Rightarrow \triangle FMC = 2\alpha$, $\triangle AEM \Rightarrow \triangle AME = 180^\circ - 4\alpha \Rightarrow$

$\triangle EMC = 4\alpha \Rightarrow \triangle MFC \sim \triangle MEF \Rightarrow |EF| = |FC|$

b) $\alpha = 30^\circ$

$\triangle ACF = 2\alpha$ (symmetrisches Trapez)

$\triangle FED = \alpha = 30^\circ$

$\triangle CDA = 180^\circ - 2\alpha = \triangle EDF = 120^\circ$ oder $\triangle FEA = 180^\circ - 2\alpha$

3. a) LSF 12

b) 15 Minuten

c) 16,7 %

d) (1) 95 %

(2) 2,63 %

4. a) Konstruktion des Dreiecks ABC;

Hinweise zur Konstruktion: Strecke \overline{AB} und Thaleskreis über \overline{AB}

b) Konstruktion des Trapezes ABCD;

Hinweise zur Konstruktion: Konstruktion des Teildreiecks ABD und Parallele zu AB, aus Umfangswinkelsatz folgt: $\triangle AMB = 100^\circ$

c) Konstruktion von P;

Hinweise zur Konstruktion: Dreieck ABC, Kreis über \overline{AB} mit $\triangle M'AB = 30^\circ = \triangle ABM'$ (M' liegt außerhalb des Dreiecks); Konstruktion eines solchen Kreises über einer weiteren Dreiecksseite; P als Schnittpunkt der beiden Kreisbögen. (Erklärung: Punkt M durch Spiegelung von M' an \overline{AB} , $\triangle AMB = 120^\circ$ – ist nach dem Umfangswinkelsatz genauso groß wie $\triangle APB$.)

-
5. a) (1) 40,5 km
(2) Bernd fährt mit 36 km/h; er fährt 1,25 Stunden
Alf benötigt 45 Minuten, d.h. 1 Stunde nach Jans Start.
Z.B.: $(x - \frac{1}{4}) \cdot 36 = x \cdot 27$
- b) (1) z.B.: 30 km und 14,5 km/h oder 15 km und 14 km/h
(2) $v = 15(s-1) : s$ oder $v = \frac{15 \frac{\text{km}}{\text{h}} (s-1 \text{ km})}{s}$
-

6. a) $x = 9000$
b) $y = 1806$
c) Nachweis; z.B.: $S(1809) = 2008$ und $S(1810) = 2010$
d) (1) S vergrößert sich um 11
(2) z.B.: $S(1300) - S(1000) = 333$
(3) $D = 1 = S(1001) - S(1000) = 1112 - 1111$
 $D = 2 = S(1010) - S(1009) = 1122 - 1120$
 $D = 3 = S(1100) - S(1099) = 1222 - 1219$
 $D = 4 = S(2000) - S(1999) = 2222 - 2218$
-

7. a) 8 LE
b) auf 6 Wegen
c) $6 \cdot 4 = 24$ Möglichkeiten
(4 Möglichkeiten von B nach C)
d) $4 \cdot 3 = 12$ Kreuzungen
e) $48:4 = 12$ (LE)
f) $13 + 12 + 11 + \dots + 1 = (14 \cdot 13) : 2 = \binom{14}{2} = 91$ Möglichkeiten
-

Mathematik-Wettbewerb 2004/2005 des Landes Hessen

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE B

1. Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an. $G = \mathbb{Z}$.

a) $11x - (5 - 6x) = 6 \cdot (7x - 5)$

$$17x - 5 = 42x - 30$$

$$25 = 25x$$

$$\mathbb{L} = \{1\} \text{ oder } x = 1$$

b) $(x + 6)^2 - (x - 5)^2 = 0$

$$x^2 + 12x + 36 - x^2 + 10x - 25 = 0$$

$$22x + 11 = 0$$

$$x = -0,5$$

$$\mathbb{L} = \{ \}$$

c) $6x^2 - 6 = (2x + 2) \cdot (3x - 3)$

$$6x^2 - 6 = 6x^2 - 6x + 6x - 6$$

$$-6 = -6$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{Z}$$

d) $(4x + 2) \cdot (4x - 2) < 8x \cdot (2x - 5)$

$$16x^2 - 4 < 16x^2 - 40x$$

$$0,1 > x$$

$$\mathbb{L} = \{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$$

e) $x^2 \cdot (x - 9) > 0$ da $x^2 > 0 \Rightarrow$

$$x > 9$$

$$\mathbb{L} = \{10, 11, 12, 13, \dots\}$$

2. a) (1) 30 ct

(2) 105 Minuten

b)

Zeit	1 min	10 min	22 min	50 min
Kosten bei QUICK	0,5 Cent	5 Cent	11 Cent	25 Cent
Kosten bei FAST	9,2 Cent	11 Cent	13,4 Cent	19 Cent

c) Ab der 31. Minute

d) 180 Minuten; z.B.: Lösung mittels Gleichung $0,5x = 2(0,2x + 9)$

3. a) Koordinatensystem mit A, B, C und D(-4 | 1)

$$A = 24 \text{ cm}^2$$

b) E (2 | -7)

$$A = 24 \text{ cm}^2$$

c) F (0 | 1)

$$A = 16 \text{ cm}^2$$

d) G(-6 | 1)

e) H(2 | -1) und K(0 | -1) sowie H(6 | -2) und K(-4 | -2)

-
4. a) Konstruktion beider Dreiecke; Hinweise zur Konstruktion: c und Parallele im Abstand 4,5 cm,
Kreis um B mit $r = 6,5$ cm.
 b) Konstruktion des Dreiecks; Hinweise zur Konstruktion: Seite a und Parallele im Abstand 2,5 cm, Thaleskreis über a .
 c) Konstruktion des Dreiecks; Hinweise zur Konstruktion: Kreis mit $r = 5$ cm, A auf diesem Kreis und Kreis um A mit $r = 8$ cm oder Kreis um A mit $r = 6,5$ cm.
 d) Konstruktion des Dreiecks; Hinweise zur Konstruktion: Parallele Geraden im Abstand $h_a = 4,3$ cm, Wahl von B (oder A) auf einer Geraden und Kreis um B mit $r = c = 4,8$ cm.
-

5. a) 5894 €; die Jahreszinsen betragen 504 €
 b) 12 %; die Jahreszinsen betragen 108 €
 c) 288 Tage; die Jahreszinsen betragen 100 €
 d) Bei Modell (2) verzinst sich das Kapital am besten.
-

6. a) (1) Konstruktion des Dreiecks
 (2) Maßstab: 1 : 300000
 b) (1) Kennzeichnung des Umkreismittelpunktes
 (2) Markieren des Gebietes (Kreislinie mit $r = 3$ cm gehört nicht zum Gebiet!)
 Kreise um A, B, C mit $r = 3$ cm,
 Kreise um A,B,C mit $r = 5$ cm,
 (3) Markieren der möglichen Punkte auf der Mittelsenkrechten
 Kreis um B mit $r = 5$ cm, Kreis um A mit $r = 5$ cm
-

7. a)
- | | | | | |
|-----|----------|-----------|----|-----------|
| (1) | 16 | 3 | 2 | 13 |
| | 5 | 10 | 11 | 8 |
| | 9 | 6 | 7 | 12 |
| | 4 | 15 | 14 | 1 |
- | | | | | |
|-----|----------|-----------|-----------|-----------|
| (2) | 5 | -6 | -5 | 8 |
| | 0 | 3 | 2 | -3 |
| | 4 | -1 | -2 | 1 |
| | -7 | 6 | 7 | -4 |
- ZS = 34 S = 136
 ZS = 2 S = 8
- b) (1) Die Zahlen von 3 bis 18
 (2) Die Zahlen von -10 bis 5
 c) (1) Summe 6; Gesamtsumme 18
 (2) Summe 505; Gesamtsumme 5050
-

Mathematik-Wettbewerb 2004/2005 des Landes Hessen

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1) $18x + 101 = 59 + 12x$

$$6x = -42$$

$$\mathbb{L} = \{-7\}$$

(2) $3x - 8 + 4x - 11 = 11x - 5 - 7x + 7$

$$7x - 19 = 4x + 2$$

$$3x = 21$$

$$\mathbb{L} = \{7\}$$

(3) $4(8 - 5x) - 15 = 2(x + 12) - 15x$

$$32 - 20x - 15 = 2x + 24 - 15x$$

$$-7x = 7$$

$$\mathbb{L} = \{-1\}$$

b) $200 = x + x + 2 + x - 9$; \Rightarrow Thorsten: 69 kg, Marcel: 71 kg, Paul: 60 kg

2. a) (1) Konstruktion des Dreiecks ABC, Hinweise zur Konstruktion: Seite a oder b und Antragung von γ .

(2) $h_a \approx 5,9 \text{ cm}$

(3) $A \approx 15,34 \text{ cm}^2$

b) $h_c = 9 \text{ cm}$; Hinweis: $54 \text{ cm}^2 = 0,5 \cdot 12 \text{ cm} \cdot h_c$

c) $A = 40 \text{ cm}^2$

3. a) Streifendiagramm: Pommes – 4 cm, Spaghetti – 2,5 cm, Hamburger – 2 cm, Döner – 1 cm und Salat – 0,5 cm.

b) 40 Lehrer

c) (1) 974,40 €

30 % Rabatt entspricht 360 €.

16 % MWSt entspricht 134,40 €.

(2) Die Aussage stimmt nicht; verbale Begründung oder Berechnung: Preissenkung beträgt 30 %.

4. a) $A = 332 \text{ m}^2$

b) (1) $V = 360 \text{ m}^3$

(3) 20 Stunden

(4) 13 h 20 min

5. a) Koordinatensystem mit Punkt A, B und D

b) C(7|5)

c) $A = 12 \text{ cm}^2$

a = 4 cm und h = 3 cm

d) A'(2|-2), B'(6|-2), C'(7|-5) und D'(3|-5)

e) A'(-42|2), C'(-47|5)

6. a) (1) 102,50 €

(2) $\text{Kosten} = 90 \text{ €} + (x - 100) \cdot 0,25 \text{ €}$

(3) $90 \text{ €} + 200 \cdot 0,25 \text{ €} = 140 \text{ €}$

b) 725 km

125 € für die gefahrenen Mehrkilometer, dies entspricht 625 km.

c) Kosten bei Benutzung eines Lkws betragen 125,00 €.

Kosten bei Benutzung eines Kleinlastwagens betragen $90 \text{ €} + 80 \cdot 0,25 \text{ €} = 110,00 \text{ €}$.

Empfehlung: Kleintransporter (Mietkosten) oder Lkw(Zeit, Benzinkosten, Umwelt).

7. a)

$$8 \cdot 8 = 64$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$6 : 2 = 3$$

$$= \quad = \quad =$$

$$48 \cdot 4 = 192$$

b) A = 1

B = 0

C = 2

c)

L	Ö	W	E	N	B	U	R	G
18	20	2	3	4	7	30	33	36
1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5
