

Mathematik-Wettbewerb 2003/2004 des Landes Hessen

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE A

1. a) $L = \{-10, 5, -5, 1\}$
 b) $L = \{-15, 16\}$
 c) $L = \{8, 9, 10, \dots, 23, 24\}$
 d) $L = \{\dots, -6, -5, -4\} \cup \{-1, 0, 1\} \cup \{4, 5, 6, \dots\}$

2. a) $L = \{-25, 5\}$
 b) $L = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$
 c) $L = \mathbb{Z} \setminus \{-1, 1\}$
 d) $L = \mathbb{Z}$

3. a) $\beta = 58^\circ$
 b) $\delta = 40^\circ$
 c) Nachweis $\triangle ADB = \triangle BAD$
 Gleichschenkligkeit $\Rightarrow \triangle CBA = \triangle ACB = \beta = 0,75\delta$ und $\triangle BAC = 0,5\delta + 0,5\delta = \delta = \triangle ADB$

4. a) Kreis mit $r = 3$ cm um $M(3|3)$ oder Kreis mit $r = 3$ cm um $(-3|3)$
 b) Konstruktion eines Kreises mit $r = 3$ cm; die (zwei möglichen) Mittelpunkte erhält man als Schnittpunkte einer Parallelen zur y -Achse im Abstand 3 cm und des Kreises um A mit $r = 3$ cm
 c) Konstruktion eines Kreises, dessen Mittelpunkt auf der Winkelhalbierenden ($y = x$) liegt und auf einer Parallelen zur y -Achse, welche die x -Achse in E schneidet, dabei gilt $|AB| = |BE|$, $B(4|0)$ ist der Schnittpunkt der Kreistangente in A an den zu konstruierenden Kreis.

5. a) (1) $N = 6^6$
 (2) $N = 6!$
 b) (1) $N = 6 \cdot 5! = 6!$
 (2) $N = 2 \cdot 4! + 3 \cdot 4! = 5 \cdot 4! = 5!$
 c) (1) $N = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot 10!$
 (2) $N = \frac{1}{2} \cdot 5!$

6. a)
- | | | | |
|------|----|----|---|
| 6000 | | | |
| 100 | | 60 | |
| 10 | 10 | 6 | |
| 2 | 5 | 2 | 3 |
- | | | | |
|-----|---|----|---|
| 960 | | | |
| 24 | | 40 | |
| 6 | 4 | 10 | |
| 3 | 2 | 2 | 5 |
- | | | | |
|-----|---|----|---|
| 256 | | | |
| 16 | | 16 | |
| 4 | 4 | 4 | |
| 2 | 2 | 2 | 2 |

b) 256, 384, 512, 576

c) Nachweis durch Primfaktorenzerlegung: $10000 = 2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 5$, $2000 = 2^4 \cdot 5^3$

7. a) Die Autostrecke ist 260 km lang.
 b) Flugzeug: 3 Stunden; Pkw: 7,8 Stunden
 c) 177 km (oder 176,5 km) (176,47 km ist aufzurunden!), es gilt: $\frac{x}{600} + 2 = \frac{x}{100} \cdot 1,3$
 d) 3,25 Stunden

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE B

1. a) $L = \{-2\}$
b) $L = \{0, -1, -2, \dots\}$
c) $L = \{ \}$
d) $L = \{1, -1\}$
-

2. a) Eric benötigt 35 Minuten,
b) Jan benötigt 216 Minuten,
c) Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 30 km/h,
d) Jan hätte mit $v = 42$ km/h fahren müssen.
-

3. a) (1) Konstruktion des Dreiecks ABC (SSW – Konstruktion)
(2) Einzeichnen der Höhen
(3) $\triangle EBD = 28^\circ$, $\triangle EFD = 118^\circ$, $\triangle DFA = 62^\circ$
(4) $\gamma = 90^\circ$
b) $\alpha = 65^\circ$
 $\beta = 40^\circ$
-

4. a) Herr Weber muss insgesamt 8627,50 € zurückzahlen.
b) $p = 8\%$, denn Frau Bäcker zahlt 924,00 € Zinsen, dies entspricht 1008,00 € Jahreszinsen.
c) (1) Auszahlungsbetrag : 8820,00 €
Zinsen im 1. Jahr: 400 €
Zinsen im 2. Jahr: 420 €
(2) Herr Wagner hat 6400,00 € eingezahlt.
-

5. a) $4\left(\frac{x}{3} + 5\right) < 0$
 $L = \{-16, -17, -18, \dots\}$ oder verbale Lösung: Alle Zahlen, die kleiner als -15 sind.
b) $2 \cdot s + (s - 3,5) = 43$ oder $b + 2 \cdot (b + 3,5) = 43$
Die beiden Schenkel sind 15,5 cm und die Basis 12 cm lang.
c) $4 \cdot 1 + 4 \cdot b + 4 \cdot h = 168 = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1$
Länge = 24 cm; Breite = 12 cm; Höhe = 6 cm
-

6. a) Fünf Kreise um die Mittelpunkte: A(-5|3), B(0|3), C(2,5|5), D(-2,5|5) und E(-7,5 | 5)
b) C(2,5 | 5) ; D(-2,5 | 5) ; E(-7,5 | 5)
c) (1) Flächeninhalt = 15 cm^2
(2) $r = 4 \text{ cm}$
d) $5! = 120$ Möglichkeiten
-

7. a) (1) $a = 2 \text{ cm}$
(2) $O = 24 \text{ cm}^2$
b) (1) $O = 40 \text{ cm}^2$
(2) $O = 56 \text{ cm}^2$
c) (1) 1. Quader: $8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ 2. Quader: $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
(2) um 8 cm^2
d) 6 Würfel
-

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1) $\mathbb{L} = \{2\}$
(2) $\mathbb{L} = \{-8\}$
b) Die gesuchte Zahl ist 20, denn $x + 0,5x + 2x + 3x = 130$
c) Die Seiten sind 12 cm, 24 cm und 17 cm lang, denn $x + 2x + 2(x+5) = 70$
-

2. a) (1) 1940,00 €
3 % Rabatt entsprechen 60,00 €
(2) Bei Ratenzahlung sind insgesamt 2240,00 € zu bezahlen -
500,00 € Anzahlung und 1740,00 € Ratenbeträge.
(3) Der Preis erhöht sich um 12 %.
b) Werner zahlt 2045,00 €
für das Ausleihen von 1200,00 € für 10 Monate bezahlt er 45,00 € Zinsen.
-

3. a)

Anzahl Bücher	1000	3500	5000	6000	7500
Papier [kg]	440	1540	2200	2640	3300

- b) Die Formelsammlung kostet 6,44 € für jeden.
c) (1) 12 Seiten
(2) 40 Zeilen
-

4. a) (1) 24 m² Solaranlage sind erforderlich.
(2) 400 Liter Wasser können erwärmt werden.
(3) Die Heizkosten betragen 735,00 €
b) (1) 2400,00 € für den Einbau, 5200,00 € kostet die Anlage und 400,00 € sind für Zubehör zu bezahlen.
(2) Im Kreisdiagramm entsprechen: 30 % ↔ 108°, 65 % ↔ 234° und 5 % ↔ 18°
-

5. a) Annas Rechteck ist 30 cm lang und 2 cm breit, Meikes Rechteck ist 10 cm lang und 6 cm breit.
b) 25 cm², denn es gilt:
Flächeninhalt des Rechtecks A: 50 cm²
Seitenlänge des Rechtecks B: 4 cm und 12,5 cm
Flächeninhalt der Gesamtfigur: 175 cm²
-

6. a) (1) Konstruktion des Parallelogramms
(2) Schrägbild, durch Einzeichnen der Höhe
(3) $b = 4$ cm
b) (1) Ergänzung zum Netz eines Quaders
(2) $V = 24$ cm³
-

7. a) (1) 2089, 2809, 8209, 8029
(2) 9820 und 2089
b) 29 und 89
c) (1) $T = \{1, 19\}$
(2) 53
d) 289
-