

# Mathematik-Wettbewerb 2003/2004 des Landes Hessen

---

## 2. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE A

---

1. a)  $L = \{8, -8, 3\}$   
b)  $L = \{\dots, -10, -9, -8\} \cup \{8, 9, 10, \dots\}$   
c)  $L = \{-1, 1\}$   
d)  $L = \{\dots, -3, -2, -1, 0\} \cup \{9, 10, 11, \dots\}$
- 

2. a) Hinweise zur Konstruktion: Teildreieck ABC (SSW-Konstruktion), Parallele zu AB und Orthogonale zu AC durch B, D als deren Schnittpunkt.  
b) Hinweise zur Konstruktion: Aus  $A = 24 \text{ cm}^2$  und  $b = 8 \text{ cm}$  folgt  $h_b = 6 \text{ cm}$ ; Abtragen der Seite b, Parallele im Abstand 6 cm und Antragung von  $\alpha$ , B als Schnittpunkt der Parallele mit dem freien Schenkel von  $\alpha$ .  
c) Hinweise zur Konstruktion: parallele Geraden im Abstand 5 cm, Festlegung von B auf einer der beiden Geraden, Antragung von  $\beta$ , C als Schnittpunkt des freien Schenkels von  $\beta$  mit der anderen Geraden, Verkürzung von a um 2 cm, Abtragen von c (und somit auch A)
- 

3. a) Spiegelung von M an AC  
(1)  $\triangle ADM = 25^\circ$   
(2)  $\triangle CMD = 65^\circ$   
(3)  $\triangle DCB = 75^\circ$   
b)  $\alpha = 30^\circ$  und  $\gamma = 120^\circ$   
c)  $DC \parallel AB \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$   
 $AD \parallel BC \Leftrightarrow \alpha = 60^\circ$
- 

4. a) 30000 Zuschauer, denn  $G \cdot 1,2 \cdot 1,1 = G \cdot 1,32 = 39600$   
b) 32,25 %, denn  $1,15 \cdot 1,15 = 1,3225$   
c) Jeweils 20%, denn  $1,2 \cdot 1,2 = 1,44$ ; es gibt weitere Lösungen, z.B.: 12,5 % und 28 %  
d) um 30%, denn  $G \cdot 1,3 \cdot x = G \cdot 0,91$
- 

5. a) größtes Teilstück: 45 mm, denn  $x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) + (x + 10) = 240$   
b) 10 cm und 30 cm Seitenlänge, denn  
 $(x + 5)(3x + 5) = 3x \cdot x + 225$  oder  $3x^2 + 20x + 25 = 3x^2 + 225$   
c)  $(x|a) \in \{(20|1), (10|2), (5|4)\}$  auch nicht ganzzahlige Lösungen, z.B.:  $(40|0,5)$
- 

6. a) (1)  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$   
(2)  $\frac{100!}{98!} = 99 \cdot 100 = 9900$   
b) (1)  $\frac{48!}{40!}$  ist durch 9 teilbar, 45 ist durch 9 teilbar oder 42, 48 sind durch 3 teilbar  
(2)  $\frac{48!}{40!}$  ist nicht durch 25 teilbar, denn 45 ist der einzige durch 5 teilbare Faktor.  
c)  $a \in \{47, 46, 45\}$ , denn  $50 \cdot z$  ist durch 100 teilbar, wenn z gerade: also  $50 \cdot 49 \cdot 48$   
d)  $\frac{(2n)!}{2n!}$  ist durch n teilbar, denn  
$$\frac{(2n)!}{2n!} = \frac{2n(2n-1)(2n-2)\dots(n+1)n(n-1)\dots 1}{2n(n-1)(n-2)\dots 1} = n \cdot (2n-1) \cdot (2n-2) \cdot \dots \cdot (n+1)$$
-

---

7. a)  $p = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

b)  $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{36}$

c)  $p = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

d)  $p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{36} + \frac{1}{3} = \frac{13}{36}$

e) z. B. 1, 1, 1, 3, 3, 3 oder 0, 0, 0, 4, 4, 4

---

## 2. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE B

1. a)  $L = \{3\}$   
b)  $L = \{ \}$ , denn  $x = -2,5$   
c)  $L = \{-2, -3, -4, \dots\}$   
d)  $L = \{0\}$
- 
2. a) (1) G: 10 % und T: 22 %  
(2)  $B = 300\text{m}^2$ ;  $G = 60\text{m}^2$ ;  $T = 132\text{m}^2$ ;  $R = 108\text{m}^2$   
b) Kreisdiagramm mit  $w(B) = 150^\circ$ ;  $w(G) = 54^\circ$ ;  $w(T) = 36^\circ$ ;  $w(R) = 120^\circ$   
c)  $G = 20\text{m}^2$ , denn  $450\text{m}^2$  Gesamtfläche,  $150\text{m}^2$  Rasenfläche,  $120\text{m}^2$  Teich und Gewächshaus
- 
3. a) 118800 Flaschen  
b) 7,5 Stunden = 7 h 30 min  
c) 3 Maschinen  
d) noch 5 Stunden
- 
4. a) Die Konstruktion des Teildreiecks ABM (nach SSS) ergibt A.  
b) (1) Konstruktion des Teildreiecks ABC (nach SSW)  
Schnittpunkte der Parallelen zu AB bzw. BC ergibt D und somit das Rechteck.  
(2)  $a \geq 7,5\text{ cm}$ ; oder konkreter Wert, zB.:  $a = 8\text{ cm}$   
c) Konstruktion des Fünfecks: Seitenlänge 3 cm, Mittelpunktswinkel  $\delta = 72^\circ$ , Innenwinkel  $108^\circ$  oder Basiswinkel im gleichschenkl. Teildreieck  $54^\circ$
- 
5. a) (1)  $A_2 = 2\text{ cm}^2$  (2)  $A_5 = 16\text{ cm}^2$   
(3)  $a_9 = 16\text{ cm}$  (4) 15. Quadrat  
b) (1)  $A = 11,5\text{ cm}^2$  (2)  $A = 95,5\text{ cm}^2$
- 
6. a) (1) 36 Möglichkeiten  
(2)
- |               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| roter Würfel  | 3 | 6 | 4 | 5 | 4 | 6 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| blauer Würfel | 6 | 3 | 5 | 4 | 6 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 |
- (3)  $p = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \approx 0,27777 \approx 27,8\%$   
b) (1) Bei Augensumme 2 oder 12  
(2) Augensumme 7  
 $p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 16,7\%$
- 
7. a) (1) 1584  
(2) 17  
(3) Das 103. Schaltjahr  
106 Schaltjahre  
(4) 1928  
(5) 1988, 1989, 1990, 1991, 1992  
(6) 17 mal oder 18 mal oder 19 mal  
b) (1) In 3333,33.. Jahren  $\approx 3333$  Jahre  $\approx 3334$  Jahre  
(2) Kalender wird vorgestellt – 29.2. müsste entfallen  
(d.h.: 29. 02. 4916 wird vermutlich entfallen)
-

## 2. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1)  $x = -2$   
(2)  $x = 18$   
(3)  $x = 3$   
b)  $c = 8$  cm,  $b = 5$  cm,  $a = 6$  cm, denn  $c + (c - 3) + (c - 2) = 19$
- 

2. a) (1) 40 %, dies waren 144 Personen.  
(2) 135 Personen  
b) 15 %  
c) 450 Personen
- 

3. a) 4,5 km  
b)  $22,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$   
c) (1) 1. Läufer: 6 min  
2. Läufer: 7,5 min = 7 min 30 s  
(2) 1,5 min = 90 s = 1 min 30 s  
1. Läufer in 1 min  $\rightarrow$  250 m und 2. Läufer in 1 min  $\rightarrow$  200 m, dies ergibt pro Minute 50 m Vorsprung.
- 

4. a) (1) Viereck ABCD im Koordinatensystem  
(2) Spiegelung,  $A'(2|7)$ ,  $B'(6|7)$   
(3)  $36 \text{ cm}^2$   
(4) 2 Symmetrieachsen  
b) Zeichnen des Rechtecks  
 $A = 48 \text{ cm}^2$
- 

5. a) Konstruktion des Dreiecks ABC nach WSW;  $\gamma = 60^\circ$   
b) Konstruktion des Teildreiecks  $\underline{ABC}$  (nach SSW)  
Schnittpunkte der Parallelen zu  $\underline{AB}$  bzw.  $\underline{BC}$  ergibt D und somit das Rechteck.  
c) Konstruktion des Quadrates durch aufeinander senkrecht stehende Diagonalen  
d) Konstruktion des Teildreiecks  $\underline{ABC}$  (nach SWS)  
Schnittpunkte der Parallelen zu  $\underline{AB}$  bzw.  $\underline{BC}$  ergibt D und somit das Parallelogramm.  
 $\alpha = 60^\circ$
- 

6. a)  $316,8 \text{ cm}^2$  Karton werden benötigt; Gesamtfläche ohne Klebelaschen u. Verschnitt:  $264 \text{ cm}^2$ .  
20 % von  $264 \text{ cm}^2$  sind  $52,8 \text{ cm}^2$ .  
b) In die ursprüngliche Form (Quader) kann mehr Fruchtsaft abgefüllt werden, denn  
 $V_{\text{alt}} = 200 \text{ cm}^3$  und  $V_{\text{neu}} = 180 \text{ cm}^3$ .
- 

7. a) Summe beträgt 26;  $D = 11$ ;  $C = 2$ ;  $A = 12$ ;  $B = 10$ ;  $E = 7$

- b) (1) 

6	1	8
7	5	3
2	9	4

 (2) 

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 (3) 

8	1	6
3	5	7
4	9	2

 oder 

2	7	6
9	5	1
4	3	8
-