

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE A

1. a) $a = 5$
b) $a \in \{6, 7, 8\}$
c) $a \in \{14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
d) Nein; die Anzahl muss ungerade sein, da $0 \in \mathbb{L}$ und für die übrigen Lösungen gilt: wenn $x \in \mathbb{L}$ dann ist auch $-x \in \mathbb{L}$.
e) $a < 5$ oder $a \in \{4, 3, 2, \dots\}$
-
2. a) Konstruktion Trapez ABCD, Hinweise zur Konstruktion: parallele Geraden im Abstand h_a , Antragung von β , Kreis um C mit $r = |AC|$.
b) Konstruktion des Vierecks ABCD: zunächst Kreis mit $r = 6$ cm, dann kann das Teildreieck ABC konstruiert werden, die Senkrechte zu AC durch B schneidet den Umkreis in D.
c) Konstruktion des Vierecks ABCD; zunächst Konstruktion des Teildreiecks ABC (SWS-Konstruktion), die beiden Parallelen zu AB und BC im Abstand 3,5 cm schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises, Thaleskreise über \overline{MC} und \overline{MA} schneiden den Inkreis in den Berührungspunkten.
-
3. a) 16 € sie hat 68 % gespart.
b) Ein T-Shirt kostet 5,60 €
c) Ein Sweat-Shirt kostet 12,5 €
-
4. a) Nachweis mittels Kongruenzsatz SSW:
 $\triangle MCD \cong \triangle MBC$, denn \overline{MC} ist gemeinsame Seite, $|DM| = |MB| = r$, da die Geraden Tangenten an den Kreis sind, folgt Schnittwinkel ist 90° .
b) Nachweis: $\triangle DCB = \triangle DME$; es ist zu beachten: $\triangle DCB + \varepsilon = \triangle DME + \varepsilon = 90^\circ$
c) (1) Nachweis $\triangle ABD \cong \triangle MBC$ mittels Kongruenzsatz SWW, wobei $|AB| = |MC|$, $\triangle DBA = \triangle MCB$ und gemeinsame 90° - Winkel.
(2) $\varepsilon = 30^\circ$; beachte: $\triangle AMD$ ist gleichseitig, $|EA| = |AD|$, Thaleskreis über \overline{EM}
-
5. a) (1) $y = z$ oder $y \in \{-1, -3, -5, 2, 4, 6\}$
(2) $y = -5 - 4z$ oder $y \in \{-1, 7, 15, -13, -21, -29\}$
b) (1) $y = -1$
(2) $x = x + z + xz \Rightarrow x = -1$
c) $(x|z) \in \{(3|4), (-11|-3), (-6|-5)\}$
d) $x = -3, z = -3$
-

-
6. a) Ja, denn zwischen 13.9. und 13.12. immer 91 Tage. 91 ist durch 7 teilbar.
 b) (1) Kein Schaltjahr: 13. März
 (2) Schaltjahr: 13. August
 c) September und Dezember
 d) Nein – geeignete Begründung z.B. mittels folgender Tabelle:
 ab Monat März, also unabhängig vom Schalttag:

	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
Reste (mod 7)	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
Summe (mod 7)	3	5	1	3	6	2	4	0	2	5

Es tauchen alle 7 möglichen Reste auf, d.h. der 13. fällt mindestens einmal auf jeden der 7 Wochentage.

7. a) $p = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{11}{24}$
 b) $p = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{64} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$
 c) $p = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2$
 d) $p = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 + 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3$
-

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE B

1. a) $L = \{3\}$
b) $L = \{0, -1, -2, \dots\}$
c) $L = \mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
d) $L = \{3, -3\}$
-

2. a) Angebot A: 135,00 €, Angebot B: 108,00 €
b) 531,00 €
c) 250 km
d) 1. Lösung : 2 Tage + 300 km
2. Lösung : 1 Tag + 700 km
e) mehr als 50 km oder ab 50 km
-

3. a) 4 %
b) 6,7 %
c) (1) 44 Jungen spielen Handball, 16 Mädchen spielen Handball.
(2) 29,6 %
-

4. a) (1) Konstruktion des Dreiecks ABC – SSW-Konstruktion
(2) Punktspiegelung des Dreiecks ABC an B.
b) (1) Konstruktion des Dreiecks ABC; zunächst Konstruktion des Teildreiecks AMC, wobei M der Mittelpunkt der Seite a ist – SSS Konstruktion.
(2) Verschiebung des Dreiecks ABC
c) (1) Konstruktion des Drachenvierecks ABCD, zunächst Konstruktion des symmetrischen Teildreiecks BCD – SSS-Konstr.; die Gerade AC geht durch den Mittelpunkt der Strecke \overline{BD} .
(2) Spiegelung des Drachenvierecks an AB.
(3) Konstruktion von Q, der auf der Geraden AB liegt, wobei gilt: $|DQ| = |AD|$
-

5. a) (1) $A_{ACQ} = 32 \text{ cm}^2$
(2) P muss um 3 cm verschoben werden.
b) (1) $A = 2,5 \text{ cm}^2$
(2) $\frac{2,5}{16} = \frac{5}{32}$
(3) $A = 15,625 \text{ cm}^2$
c) $x = 12 \text{ cm}$, denn es gilt: $0,5 \cdot 15 \cdot x = 3(x + 18)$
-

6. a) (1) 24 Zähne, denn es gilt: $40^\circ = \frac{1}{9} \cdot 360^\circ$
(2) 60°
(3) 12 Zähne
b) (1) R(18) 24 mal, R(144) 3 mal, R(216) 2 mal, denn $\text{kgV}(18, 144, 216) = 432$
(2) 180°
-

7. a) (1) 10 Wohnungen
(2) 26 Karten
b) (1) 8 Stockwerke
(2) 10 Karten
c) (1) 5 Stockwerke
(2) 6, 8, 14, 15
-

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE C

1. a) 1 h 48 min
b) 8,10 €
c) 20 Tage
d) Ja, er braucht 1 Minuten 59 Sekunden.
-

2. a) (1) $L = \{3\}$
(2) $L = \{7\}$
b) (1) Die gesuchte Zahl ist 5, denn $3x + 15 = 6x$
(2) Am ersten Tag 475 km, am zweiten Tag 725 km, denn $x + (x + 250) = 1200$
-

3. a) $O = 96 \text{ cm}^2$ und $V = 64 \text{ cm}^3$
b) Die Länge beträgt 17 cm
c) Die Höhe beträgt 7 cm, denn die Grundfläche ist 25 cm^2 groß, daraus folgt, dass eine Seitenfläche 35 cm^2 groß ist.
-

4. a) Zeichnung des Drachenvierecks ABCD mit $D(2|7)$
b) $A = 21 \text{ cm}^2$, Teildreieck ACD ist $10,5 \text{ cm}^2$ groß.
c) Spiegelung an BD liefert $C'(-5|4)$ und $A'(4|4)$
d) $A = 30 \text{ cm}^2$, Teildreieck $C'BC$ ist 15 cm^2 groß.
-

5. a) (1) 12, 42, 72
(2) 12
b) (1) 2, 5, 8
(2) 0, 4, 8
c) 35 und 95
-

6. a) (1) 25 %
(2) 15 %
b) (1) 75 % von 24 ist 18
(2) 25 % von 240 ist 60
(3) 20 % von 250 ist 50
c) 62,5 %
d) 28470,00 €
-

7. a)
$$\begin{array}{r} 7418 \\ + 534 \\ + \underline{129} \\ \hline 8081 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1478 \\ - 253 \\ - \underline{957} \\ \hline 268 \end{array}$$

c) $4735 \cdot 2 = 9470$
d) $40779 : 9 = 4531$
e) $75 \cdot 6 + 44 = 494$ oder $70 \cdot 6 + 74 = 494$
f) $108 : 9 = 107 = -95$
g)
$$\begin{array}{r} \underline{376 \cdot 432} \\ 1504 \\ 1128 \\ \underline{752} \\ 162432 \end{array}$$
-