

Mathematik-Wettbewerb 2001/2002 des Landes Hessen

2. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE A

1. a) $L = \{0, -50\}$

b) $L = \{0, 7, -7\}$

Hinweis: $x^5 - 49x^3 = x^3(x^2 - 49) = 0$

c) $L = \{10, 11, 12, \dots\} \cup \{-4, -5, -6, \dots\}$

Hinweis: $x - 3 > 6 \vee x - 3 < -6$

d) $L = \mathbb{Z} \setminus \{0, 1\} = \{2, 3, 4, \dots\} \cup \{-2, -3, -4, \dots\}$

2. a) $\triangle ADC = 55^\circ$

b) (1) $\triangle ADC = 105^\circ - 2\beta \Rightarrow \beta = 30^\circ$

(2) $\triangle ADC = \triangle DCE \Rightarrow 105^\circ - 2\beta = \beta - 15^\circ \Rightarrow \beta = 40^\circ$

(3) $105^\circ - 2\beta = 0^\circ$ oder $15^\circ + \triangle DCA = 90^\circ$ oder $15^\circ + 2(\beta - 15^\circ) = 90^\circ \Rightarrow \beta = 52,5^\circ$

3. a) (1) 229500 Briefe wurden im Jahre 2001 verteilt.

(2) Um 23,5 % hat sich die Anzahl der Briefsendungen verringert.

b) Die Anzahl der Briefsendungen sank pro Jahr um 20 %.

Hinweis: $(1 - x)(1 - x) = 1 - 0,36 = 0,64$

c) Die Anzahl der Briefsendungen hätte um 20 % abgenommen.

Hinweis: $1,1 \cdot x = 0,88$ oder $1,1 \cdot (1 - x) = 0,88$

4. a) Dreieck ABE: 14 cm^2

Dreieck CDE: 6 cm^2

Dreieck AED: 25 cm^2

Trapez ABCD: 45 cm^2

b) Dreieck AEF : 8 cm^2

Dreieck AFG : $65 \text{ cm}^2 - 52 \text{ cm}^2 = 13 \text{ cm}^2$

c) $|FE| = 4 \text{ cm}$

Ansatz z.B.: $2 \cdot \frac{14 + x}{2} = 3 \cdot \frac{x + (4 + x)}{2}$ mit $x = |FE|$

5. a) Auf dem Rand des 4. Zahlenquadrates befinden sich 32 Ziffern.

Auf dem Rand des 9. Zahlenquadrates befinden sich 1024 Ziffern.

b) Das 5. Zahlenquadrat besteht aus 17 Zeilen.

Das 8. Zahlenquadrat besteht aus 129 Zeilen.

c) (1) Im 5. Zahlenquadrat kommen die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 vor; und zwar

56 Ziffern 4

208 Ziffern 5

(2) Im 9. Zahlenquadrat gibt es 800 Sechsen.

6. a) (1) 12, 24, 36, 48

Es gilt: $10a + b = 4(a + b)$

(2) $z = 27$

Es gilt: $z = 10a + b = 3(a + b) \Rightarrow a = 2$ und $b = 7$

b) (1) $z = 399$

Es gilt: $z = 100a + 10b + c = 19(a + b + c)$

(2) $x = 37$

Es gilt: $z = 100a + 10a + a = 111a = x(a + a + a)$

7. a) (1) 4

(2) $4 \cdot 3 = 12$

(3) $6 \cdot 3 = 18$

b) (1) $4! = 24$

(2) $4! \cdot 3! = 24 \cdot 6 = 144$

c) $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 0,5 \cdot 7 \cdot 6 = 21$

2. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE B

1. a) $L = \{13\}$
 b) $L = \{-1, -2, -3, \dots\}$
 c) $L = \{1, 2, 3, \dots\}$
 Es gilt: $x > \frac{1}{3}$
 d) $L = \{ \}$, denn aus $x^2 + 8x + 16 - x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x = -3,5$

2. a) 50 Abzüge kosten 3 € (1 Abzug kostet 0,06 €).
 b) (1) 16,50 €
 7,50 € für Entwicklung und 9 € für Abzüge
 (2) 0,12 €
 18 € für Entwicklung von 12 Filmen, 18 € für 360 Abzüge im Normalformat und
 8,64 € für 72 Abzüge im Großformat
 c) 65 Abzüge im Normalformat

3. a) (1) Eintragung der Punkte im Koordinatensystem
 (2) Eintragung von $D(-1 | 3)$
 b) (1) Verschiebung des Vierecks $\Rightarrow B'(8 | 0,5), C'(6 | 5,5), D'(2 | 5,5)$
 (2) $7,5 \text{ cm}^2$
 Höhe $h = 2,5 \text{ cm}$ und Mittellinie $m = 3 \text{ cm}$
 c) $A''(2 | 0,5)$ oder $A''(-8 | 0,5)$

4. a) (1) 46 %, denn $156400 : 340000 = 0,46$
 (2) 4,5 %, denn $15300 : 340000 = 0,045$
 b) 7800 € = 1200 € + 6600 € (Rückzahlung + Zinsen)
 c) 13300 € betrug der Kostenvoranschlag.
 Hinweis: $13699 : 1,03 = 13300$

5. a) $w_1 = 40^\circ$ $w_2 = 20^\circ$
 $w_3 = 20^\circ$ $w_4 = 80^\circ$
 $w_5 = 140^\circ$
 b) $\beta = 65^\circ$

6.

	[7]	[9]	[11]	[19]	[25]
Anzahl der Plättchen	25	41	61	181	
	$3^2 + 4^2$	$4^2 + 5^2$	$5^2 + 6^2$	$9^2 + 10^2$	$12^2 + 13^2$
Umfang [cm]	28	36	44	76	100

7. a) $2 = 7 : 7 + 7 : 7$
 b) $4 = 77 : 7 - 7$
 c) $5 = 7 - (7 + 7) : 7$
 d) $6 = (7 \cdot 7 - 7) : 7$
 e) $7 = 7 + (7 - 7) \cdot 7$ oder $7 = 7 + (7 - 7) : 7$ oder $7 = 7 - (7 - 7) \cdot 7$ oder $7 = 7 - (7 - 7) : 7$
 f) $10 = (77 - 7) : 7$

2. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE C

1. a) 102 € kostet der Roller nach der Preissenkung von 18 €
b) (1) Der Förderverein kann 30 % sparen.
(2) Man spart 27 € pro Paar.
c) (1) Das Rad kostet nach beiden Preiserhöhungen 534,60 €
Das Rad kostet nach der ersten Preiserhöhung 486 €
(2) Der ursprüngliche Preis wurde um 18,8 % erhöht.
Hinweis: $534,60 : 450 = 1,188$ oder $84,60 : 450 = 0,188$
-

2. a) (1) -17,5
(2) -34
(3) -225
(4) 56
b) (1) $x = 3$
(2) $x = 2$
(3) $x = -4$
-

3. a) (1) Koordinatensystem und Trapez ABCD
(2) Symmetrisches Trapez oder gleichschenkliges Trapez
(3) 16 cm^2
b) (1) Parallele durch C
(2) Spiegelung, A' , B'
(3) $2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2$
Hinweis: $A_{A',ABB'} = 24 \text{ cm}^2$ oder $g = 2 \text{ cm}, h = 2 \text{ cm}$
(4) Konstruktion von E [E(9|5), Koordinatenangabe nicht gefordert!]
(5) $A = 32 \text{ cm}^2$
-

4. a) $a = 22,5 \text{ cm}$ und $b = 15 \text{ cm}$
b) $337,5 \text{ cm}^2$
c) $121,5 \text{ cm}^2$
d) 56,25 %
-

5. a) (1) ALPHA-PHON : 24 €
BETA-TEL: 21 €
(2) ALPHA-PHON : 8904 €
8760 € für Gesprächseinheiten und 144 € für Grundgebühren
BETA-TEL: 7725 €
7665 € für Gesprächseinheiten und 60 € für Grundgebühren
(3) ALPHA-PHON : 17860 €; 17808 € für Grundgebühren
BETA-TEL: 15565 €; 15450 € für Grundgebühren
b) (1) 120 Minuten
(2) 4 Minuten
-

-
6. a) (1) 28 Würfel
(2) 80 Würfel
b) (1) 36 Würfel
(2) 216 cm^3
(3) 432 Würfel
c) $7,168 \text{ g} = 512 \cdot 0,014 \text{ g}$
-

7. a) Kleinste Zahl: 2689
Größte Zahl: 9862
b) 2869, 8269, 2689, 6289, 6829, 8629
c) 8296, 2896, 9628, 6928, 2968, 9268, 8692, 6892
d) Mögliche Ergänzungen: 2, 5, 8
-